

УДК 378.016:[51:004]

А. В. Горский

О ВОЗМОЖНОСТЯХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

*Чувашский государственный педагогический университет им. И. Я. Яковлева,
г. Чебоксары, Россия*

Аннотация. В статье рассмотрен опыт применения систем компьютерной математики (СКМ) в преподавании дисциплин «Информационные технологии в математике», «Автоматизация математических расчетов» и «Компьютерное моделирование» студентам физико-математического факультета Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева, обучающимся по профилям «Математика и информатика» и «Информатика». Приведены результаты анализа функциональных возможностей СКМ и преимущества их использования в учебном процессе.

Ключевые слова: *система компьютерной математики, учебный процесс, информационные системы, автоматизация, компьютерная математика.*

Актуальность исследуемой проблемы. «Фундаментальная потребность каждого человека – иметь возможность использовать свое время более эффективно...» – отметил гендиректор Microsoft Сатья Наделла в ходе конференции DLD Munich 2017. Последнее исследование McKinsey (одной из крупнейших в мире консалтинговых групп), результаты которого опубликованы в январе 2017 г., обращает внимание на следующее: «Практически в каждой профессии есть множество видов деятельности, и в каждом из них разные требования к автоматизации. При нынешних технологиях очень немногие профессии – меньше 5 % – могут быть полностью автоматизированы. Однако для частичной автоматизации потенциал есть почти во всех» [13] (рис. 1). Согласно исследованиям McKinsey в образовании можно автоматизировать до 30 % имеющихся функций. Системы компьютерной математики, предназначенные для выполнения математических расчетов, можно использовать для автоматизации и оптимизации части из них.

Неавтоматизированная часть всегда будет доминировать в учебном процессе на начальных этапах изучения дисциплин для получения компетенций оценки достоверности результатов, полученных в СКМ. На последующих этапах, в неавтоматизированной части, в основном должны оставаться интеллектуальные составляющие решаемых задач. Все рутинные, неключевые операции и задачи по возможности должны быть вынесены в автоматизированную часть – обучение с использованием СКМ. Это повысит главным образом прозрачность учебного материала для учащихся, не затуманивая (не отвлекая) их рутинными вычислениями. Наличие автоматизированной части повышает также эффективность и производительность учебного процесса.

© Горский А. В., 2017

Горский Алексей Владимирович – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры информатики и информационно-коммуникационных технологий Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева, г. Чебоксары, Россия; e-mail: al.gorski@mail.ru

Статья поступила в редакцию 06.03.2017

Потенциал автоматизации

Какую часть работ можно автоматизировать существующими технологиями, %



Источник: McKinsey Global Institute

© РБК, 2017

Рис. 1. Потенциал автоматизации профессий

Материал и методика исследований. Исследование основано на анализе опыта работы автора с СКМ в рамках дисциплин «Информационные технологии в математике», «Автоматизация математических расчетов» и «Компьютерное моделирование». Материалом исследования явились содержание учебной литературы по перечисленным [5], [7], [8] и сопутствующим им дисциплинам [9], [10], [12], функциональные возможности СКМ, используемые для решения соответствующих практических задач. По функциональным возможностям систем Maple, Mathematica, Mathcad сделан сравнительный анализ.

Результаты исследований и их обсуждение. Использование функциональных возможностей СКМ в учебном процессе положительно отразится на его эффективности. Среди тысяч встроенных в СКМ функций можно выделить пять групп по прикладному назначению в решении практических задач:

- 1) *базовые инструменты* (ключевые для текущих задач дисциплин);
- 2) *вспомогательные инструменты* (команды тождественных преобразований, команды, выполняющие математические операции и не имеющие принципиального значения в поставленных задачах);
- 3) *инструменты визуализации* (графическое представление полученных результатов, геометрическая интерпретация задач, средства визуального моделирования);
- 4) *инструменты проверки решений* (непосредственное решение задач встроенными в СКМ функциями);
- 5) *команды и инструкции программирования* (для решения алгоритмических задач, требующих одновременного выполнения сложных математических расчетов и операций, связанных с программированием).

Приведенные группы составляют инструментарий для автоматизации и оптимизации учебного процесса. В зависимости от поставленных задач подборки функций (инструментов) в группах могут пересекаться. Количество функций в подборках для кон-

кретных дисциплин будет существенно меньше их общего числа. Это позволит абстрагироваться от не востребуемых функций, что упростит использование СКМ в учебном процессе и понизит квалификационные требования к их пользователям.

Выборочно оценим функциональные возможности трех СКМ: Maple, Mathematica, Mathcad. За основу возьмем практические задачи из типовых задачников по элементарной математике [12] и математическому анализу [9], представленные в содержании дисциплины «Информационные технологии в математике» [5]. Они могут быть использованы в качестве учебно-методических пособий преподавателями, учителями математики и информатики при совмещении проведения учебных занятий по решению математических задач с применением современных информационных технологий в математике наряду с другими доступными задачниками по различным разделам математики.

Результаты сравнительного анализа функциональных возможностей систем Maple, Mathematica, Mathcad [6], сделанного, в частности, на задачах из [9], [12], приведены в таблице 1.

Таблица 1

Основные функциональные характеристики систем компьютерной математики Maple, Mathematica и Mathcad

| Характеристики | Maple | Mathematica | Mathcad |
|--|--|---|--|
| Количество встроенных функций | тысячи | тысячи | более 700 |
| Интерфейс пользователя | выше, чем хорошо | отлично | отлично |
| Преимущественное использование устройств ввода | клавиатура / мышь | клавиатура / мышь | мышь / клавиатура |
| Основные математические преобразования и операции | отлично | отлично | хорошо |
| Решение уравнений и их систем | отлично | отлично | ниже, чем хорошо |
| Решение неравенств и их систем | удовлетворительно | удовлетворительно | неудовлетворительно |
| Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных | отлично (96 % из эталонного набора дифференциальных уравнений) | отлично | удовлетворительно (обыкновенные дифференциальные уравнения, некоторые виды дифференциальных уравнений в частных производных и только численно, т. е. начальные и краевые задачи) |
| Экстраполяция данных, регрессионный анализ | отлично | отлично | ниже, чем отлично |
| Решение оптимизационных задач | отлично | отлично | не выше, чем хорошо |
| Средства визуализации | отлично (растровая графика, 31 трех-мерная и 15 двумерных систем координат, неявное задание графиков в 2D и 3D, с Maple 15 – более 160 типов графиков и функций для визуализации математических выражений) | выше, чем отлично (векторная графика, множество систем координат, неявное задание графиков в 2D и 3D) | выше, чем хорошо (растровая графика, только основные системы координат, нет возможности построить графики функций, заданных неявно) |
| Встроенные языки программирования | отлично | отлично | выше, чем удовлетворительно |

Примеры подборки функций (инструментария) для тестовых задач представлены в [5]. Основная тенденция в развитии СКМ – добавление функций и пакетов расширений, к примеру, система Mathematica за три десятилетия наработок увеличила количество встроенных функций с 500 до почти 5000.

Средства визуализации [1] заслуживают отдельного рассмотрения. По назначению их можно условно разделить на следующие виды:

- 1) средства графического представления результатов вычислений (краткая характеристика частично приведена в таблице 1);
- 2) средства обеспечения интерактивности;
- 3) средства визуального моделирования.

На рисунке 2 представлены варианты их интеграции в СКМ.

Можно отметить, что средства графического представления в основном являются частью СКМ и выполняются в виде расширений функциональности. Средства обеспечения интерактивности реализуют всеми возможными способами, но реже – в виде отдельных приложений и расширений функциональности. Средства визуального моделирования обычно разрабатывают как отдельное приложение.



Рис. 2. Интеграция средств визуализации в СКМ

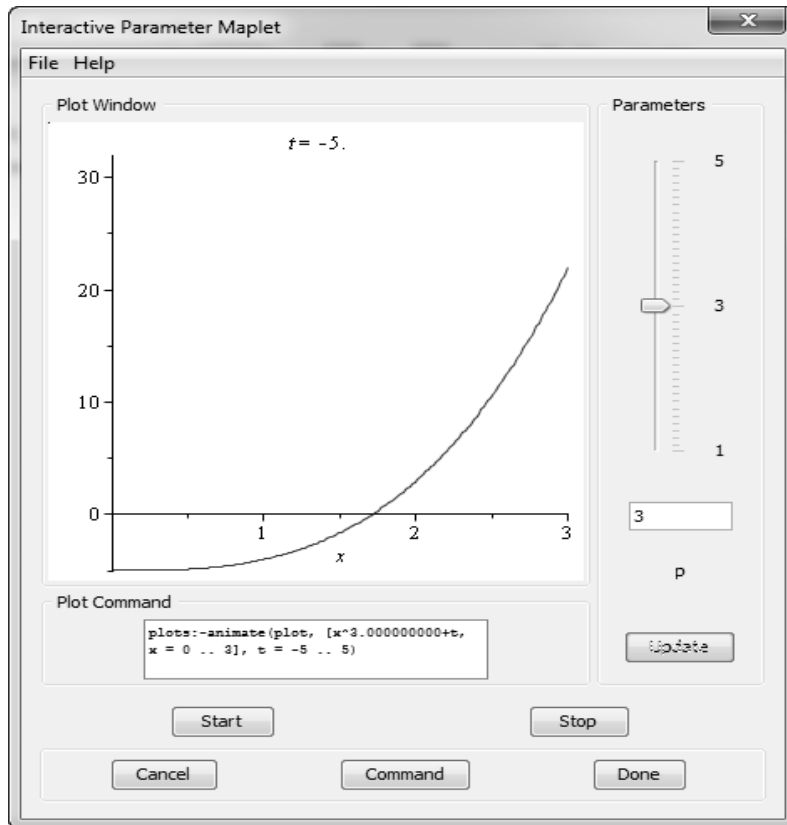
Результаты сравнительного анализа возможностей анимации представлены в таблице 2.

Таблица 2

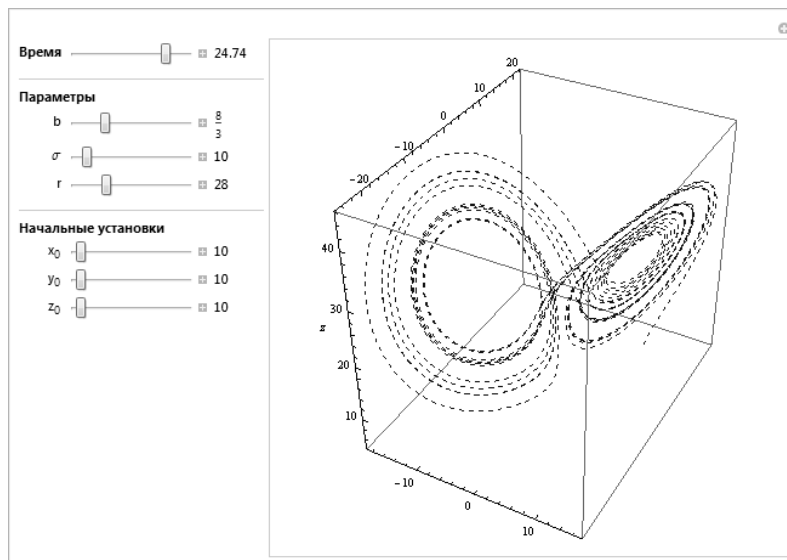
Возможности анимации систем компьютерной математики

| Характеристики | Maple | Mathematica | Mathcad |
|--------------------------------|---|-----------------------------------|----------------------------|
| Количество параметров анимации | один для animate , множество в Maplet | множество | один (время) |
| Объекты анимации | графика и математические выражения (в Maplet) | графика, математические выражения | область рабочего документа |

Интерактивность как графики, так и расчетов обеспечивается единым средством: в Maple – модулем и приложением Maplet, в Mathematica – инструментом Manipulate. Примеры интерактивной визуализации приведены на рисунке 3.



Maple: модуль Maplet



Mathematica: результат выполнения команды Manipulate

Рис. 3. Примеры использования средств интерактивности систем Maple и Mathematica

Средства обеспечения интерактивности систем Maple и Mathematica обладают схожей функциональностью, отличаются в основном способами реализации и интерфейсом, в некоторых случаях – назначением. Система Mathcad не обладает подобной функциональностью, поэтому не приводится в статье.

Средства визуального моделирования позволяют решать задачи, не прибегая к инструментарию программирования, без использования команд. Решение в таком приложении представляется в виде блок-схемы с условными обозначениями. Почти всю остальную работу выполняет приложение. На рисунке 4 представлен фрагмент подобного решения на примере задачи моделирования аттрактора Лоренца.

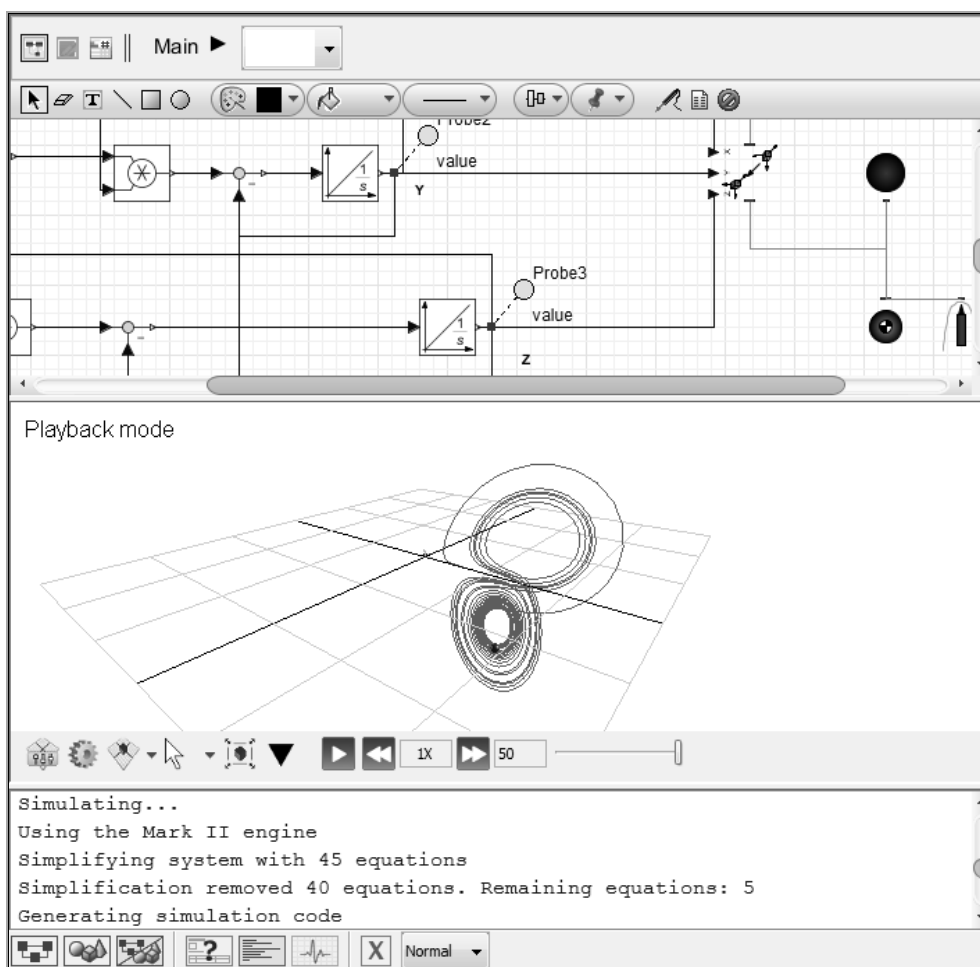


Рис. 4. Модель аттрактора Лоренца в MapleSim

Системы Mathematica и Mathcad не располагают подобными средствами визуального моделирования.

Встроенные языки программирования систем Maple, Mathematica, Mathcad имеют свои особенности [7], [4]. Язык программирования Maple похож на Pascal (удобен своей

функциональностью и простотой), в то время как язык программирования Mathematica – на язык C. Mathematica разрабатывался очень тщательно, в нем выполняются все основные принципы программирования. Среди многочисленных подходов в программировании, поддерживаемых Mathematica (процедурного, объектно-ориентированного, строкового, функционального), всегда можно выбрать подход, наиболее подходящий для решения поставленной задачи. Система Mathcad не обладает подобным качеством языка программирования. Язык Mathcad содержит только минимально необходимый набор команд и инструкций программирования, зато программы, написанные на нем, внешне выглядят как псевдокод, используемый для описания алгоритмов (в зарубежной литературе псевдокод используется в качестве замены словесного алгоритма и блок-схемы [11]). Это делает язык программирования Mathcad доступным большому числу неподготовленных пользователей по сравнению с языками Maple или Mathematica, к тому же позволяет использовать его для описания алгоритмов численных методов в виде псевдокода, что может оказаться удобным в учебном процессе.

Примерами использования СКМ в учебном процессе служат занятия по дисциплинам «Численные методы» [7], «Автоматизация математических расчетов» и «Компьютерное моделирование» [8]. Преимуществами выбора СКМ в качестве инструментальной основы реализации численных методов и средства моделирования [2], [3], [4], [7] являются:

- значительная экономия времени на разработке программы, реализующей алгоритм численного метода и компьютерную модель (нет необходимости создавать программные средства визуализации данных, есть возможность выполнения некоторых математических операций, не имеющих принципиального значения в алгоритмах численных методов, встроенными функциями математических пакетов);

- алгоритмы численных методов и компьютерная модель, реализованные на языке программирования математических пакетов, лучше просматриваются в коде программы (большую ее часть будет составлять непосредственная реализация численного метода, часть математических операций при необходимости может быть заменена встроенными в СКМ функциями);

- выполнение вычислительных операций с математической аккуратностью (т. к. все действия над математическими выражениями выполняются в СКМ, разработанных для подобных операций);

- пониженные требования к знанию языков программирования (простота необходимых команд и инструкций программирования обусловлена самими алгоритмами (методиками) численных методов; для использования языков программирования СКМ достаточно понимать основные принципы программирования, такие как последовательное выполнение команд, условный и безусловный переходы, циклическое выполнение группы команд);

- изучение численных методов не подменяется изучением языков программирования (высвобождает дополнительное время для изучения численных методов);

- независимость от практикумов по численным методам и возможность использования обычных задачников по математике на занятиях по численным методам (возможность непосредственного решения задач встроенными в СКМ функциями, при большом количестве значений проще и быстрее проверять результаты, представленные в виде графиков, чем в табличном виде).

Примеры подборки функций (инструментария) для дисциплин «Численные методы» и «Компьютерное моделирование» представлены в [3], [7], [8]. Обзор инструментария СКМ для реализации численных методов сделан в [4].

Для того чтобы на компьютере могло использоваться определенное программное обеспечение, он должен удовлетворять системным требованиям (описанию характеристик) как к техническим средствам (hardware), так и к общесистемному ПО (software). Если обобщить системные требования на автоматизированной информационной системе, то они будут предъявляться и персоналу.

Квалификационные требования, которые необходимо предъявлять пользователю СКМ, определяются характером решаемых задач (имеющих прямое отношение к математике), используемыми средствами ПК и особенностями интерфейса пользователя соответствующих программ. Из перечисленного можно выделить следующие три основных требования, предъявляемых пользователю СКМ [6]:

1) владение основами компьютерной грамотности (знание ПК на уровне секретаря, т. е. навыки работы с программами MS Word, MS Excel и т. п.);

2) знание математики на уровне решаемых в СКМ задач для получения достоверных результатов;

3) владение основами программирования (требования определяются встроенным языком программирования и особенностями интерфейса пользователя).

Квалификационные требования к пользователю систем компьютерной математики Maple, Mathematica и Mathcad приведены в таблице 3.

Таблица 3

Квалификационные требования к пользователю систем компьютерной математики

| Система компьютерной математики | Основы компьютерной грамотности | Знание математики на уровне решаемых в СКМ задач* | Основы программирования |
|---------------------------------|---------------------------------|---|-------------------------|
| Maple | + | + | + |
| Mathematica | + | + | + |
| Mathcad | + | + | -** |

* В некоторых случаях требования к знанию математики можно понизить, если у пользователя есть возможность проверить достоверность полученных в СКМ результатов их интерпретацией в соответствующей предметной области.

** В случае системы Mathcad, по заверениям разработчиков программного продукта, знание основ программирования можно заменить знанием значений нескольких слов английского языка.

Резюме. Системы компьютерной математики являются эффективным инструментом, позволяющим преподавателям разных предметов проводить интерактивные занятия с целью завладеть вниманием студентов, углубить их понимание предмета и подготовить их для будущей учебы или работы. При подборе СКМ прежде всего следует руководствоваться функциональными возможностями с учетом решаемых задач. Персонал можно отправить на повышение квалификации, а повысить «квалификацию» СКМ не представляется возможным. Удачный выбор позволит рационализировать администрирование программного обеспечения и сократить статью расходов на компьютерные технологии, заменяя СКМ другие программные продукты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Горский А. В. Визуализация математических расчетов в системах компьютерной математики // Инновационные процессы в экономике и обществе : сборник научных трудов / науч. ред. И. П. Павлов. – Чебоксары, 2012. – С. 200–205.
2. Горский А. В. Использование математических пакетов в экономическом моделировании // Модернизация, инновации и актуальные проблемы экономики : сборник научных трудов / науч. ред. И. П. Павлов. – Чебоксары, 2011. – С. 220–229.
3. Горский А. В. Сравнительный анализ средств математического моделирования // Сборник материалов конференции преподавателей, аспирантов и студентов по итогам научно-исследовательской работы кафедры информатики и вычислительной техники ЧГПУ за 2010 г. – Чебоксары, 2011. – С. 26–42.
4. Горский А. В. Языки программирования математических пакетов как средства реализации численных методов // Вестник Чувашского государственного педагогического университета им. И. Я. Яковлева. – 2009. – № 2(62). – С. 48–56.
5. Горский А. В., Горский П. В. Информационные технологии в математике : учебное пособие. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2016. – 113 с.
6. Горский А. В., Горский П. В. Сравнительный анализ современных математических пакетов // Сборник материалов конференции студентов и преподавателей по итогам научно-исследовательской работы за 2007 г. – Чебоксары, 2008. – С. 41–53.
7. Горский А. В., Горский П. В. Численные методы. Программирование в математических пакетах : учебное пособие. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2009. – 200 с.
8. Горский П. В., Горский А. В. Моделирование в Maple : учебное пособие. – Чебоксары : Чуваш. гос. пед. ун-т, 2009. – 100 с.
9. Давыдов Н. А. и др. Сборник задач по математическому анализу. – М. : Просвещение, 1964. – 200 с.
10. Киреев В. И., Пантелеев А. В. Численные методы в примерах и задачах : учебное пособие. – 3-е изд., стер. – М. : Высшая школа, 2008. – 480 с.
11. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривсет Р., Штайн К. Алгоритмы: построение и анализ / пер. с англ. – 2-е изд. – М. : Вильямс, 2005. – 1296 с.
12. Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г. Практикум по элементарной математике. Алгебра. Тригонометрия. – М. : Просвещение, 1991. – 352 с.
13. Manyika J., Chui M., Miremadi M., Bughin J., George K., Willmott P., Dewhurst M. Harnessing automation for a future that works // Report McKinsey Global Institute. – 2017. – January. – URL : <http://www.mckinsey.com/global-themes/digital-disruption/harnessing-automation-for-a-future-that-works>.

UDC 378.016:[51:004]

A. V. Gorsky

**ON THE USE OF COMPUTER MATHEMATICS SYSTEMS
IN THE EDUCATIONAL PROCESS**

I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary, Russia

Abstract. The author considers the experience of employing computer mathematics systems in teaching «Information Technologies in Mathematics», «Automation of Mathematical Calculations»,

© Gorsky A. V., 2017

Gorsky, Aleksey Vladimirovich – Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor of the Department of Informatics and Information and Communication Technologies, I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University, Cheboksary, Russia; e-mail: al.gorski@mail.ru

The article was contributed on March 6, 2017

«Computer Simulation» to the students majoring in «Mathematics and Computer Science» and «Computer Science» in I. Yakovlev Chuvash State Pedagogical University. The author gives the results of the analysis of functionality of computer mathematics systems and the advantages of using computer mathematics systems in educational process.

Keywords: *computer mathematics system, educational process, information systems, automation, computer mathematics.*

REFERENCES

1. *Gorskij A. V. Vizualizacija matematicheskikh raschetov v sistemah komp'yuternoj matematiki // Innovacionnye processy v jekonomike i obshhestve : sbornik nauchnyh trudov / nauch. red. I. P. Pavlov. – Cheboksary, 2012. – S. 200–205.*
2. *Gorskij A. V. Ispol'zovanie matematicheskikh paketov v jekonomicheskom modelirovanii // Modernizacija, innovacii i aktual'nye problemy jekonomiki : sbornik nauchnyh trudov / nauch. red. I. P. Pavlov. – Cheboksary, 2011. – S. 220–229.*
3. *Gorskij A. V. Sravnitel'nyj analiz sredstv matematicheskogo modelirovanija // Sbornik materialov konferencii prepodavatelej, aspirantov i studentov po itogam nauchno-issledovatel'skoj raboty kafedry informatiki i vychislitel'noj tehniki ChGPU za 2010 g. – Cheboksary, 2011. – S. 26–42.*
4. *Gorskij A. V. Jazyki programirovanija matematicheskikh paketov kak sredstva realizacii chislennyh metodov // Vestnik Chuvashskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta im. I. Ja. Jakovleva. – 2009. – № 2(62). – S. 48–56.*
5. *Gorskij A. V., Gorskij P. V. Informacionnye tehnologii v matematike : uchebnoe posobie. – Cheboksary : Chuvash. gos. ped. un-t, 2016. – 113 s.*
6. *Gorskij A. V., Gorskij P. V. Sravnitel'nyj analiz sovremennyh matematicheskikh paketov // Sbornik materialov konferencii studentov i prepodavatelej po itogam nauchno-issledovatel'skoj raboty za 2007 g. – Cheboksary, 2008. – S. 41–53.*
7. *Gorskij A. V., Gorskij P. V. Chislennye metody. Programirovanie v matematicheskikh paketah : uchebnoe posobie. – Cheboksary : Chuvash. gos. ped. un-t, 2009. – 200 s.*
8. *Gorskij P. V., Gorskij A. V. Modelirovanie v Maple : uchebnoe posobie. – Cheboksary : Chuvash. gos. ped. un-t, 2009. – 100 s.*
9. *Davydov N. A. i dr. Sbornik zadach po matematicheskomu analizu. – M. : Prosveshhenie, 1964. – 200 s.*
10. *Kireev V. I., Panteleev A. V. Chislennye metody v primerah i zadachah : uchebnoe posobie. – 3-e izd., ster. – M. : Vysshaja shkola, 2008. – 480 s.*
11. *Kormen T., Lejerson Ch., Rivset R., Shtajn K. Algoritmy: postroenie i analiz / per. s angl. – 2-e izd. – M. : Vil'jams, 2005. – 1296 s.*
12. *Litvinenko V. N., Mordkovich A. G. Praktikum po jelementarnej matematike. Algebra. Trigonometrija. – M. : Prosveshhenie, 1991. – 352 s.*
13. *Manyika J., Chui M., Miremadi M., Bughin J., George K., Willmott P., Dewhurst M. Harnessing automation for a future that works // Report McKinsey Global Institute. – 2017. – January. – URL : <http://www.mckinsey.com/global-themes/digital-disruption/harnessing-automation-for-a-future-that-works>.*