

*Л. Б. Райхельгауз*

## **ИНФОРМАЦИОННО-СЕМИОТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

*Ярославский государственный педагогический университет им. К. Д. Ушинского,  
г. Ярославль, Россия*

**Аннотация.** Статья посвящена разработке и обоснованию информационно-семиотической модели математического образования как эффективного инструмента, улучшающего качество образовательного процесса.

Цифровые изменения в мире и снижение значения простого знания актуализируют потребность в моделях, развивающих культуру мышления и метакогнитивные навыки учащихся. Современные образовательные стандарты смещают акцент на практику и результаты обучения, сохраняя важную роль отработки понятий и связей внутри учебного предмета.

Методология исследования основана на интегративном подходе, объединяющем принципы семиотики и когнитивной психологии. Материалы исследования включают учебные пособия, мониторинговые исследования уровня математической подготовки российских школьников и международную статистику тенденций математического образования. Эмпирическая основа исследования представлена результатами диагностики образовательных достижений 75 старшеклассников, участвовавших в экспериментальном применении модели.

Метакогнитивность, понимаемая как осознание и регулирование собственных познавательных процессов, становится ключевым фактором успеха обучения. Применение информационно-семиотической модели повышает уровень владения учениками когнитивными методами, увеличивает долю успешных решений задач повышенной сложности и качественно изменяет восприятие математических знаний. Результаты исследования показали, что модель способствует устойчивому усвоению математических знаний и формирует прочные навыки критического мышления.

Предлагаемая модель доказала свою эффективность, обеспечивая систематичность восприятия математических знаний, стимулируя когнитивную гибкость и служа инструментом метакогнитивного развития. Данные исследования свидетельствуют о значительных улучшениях в результатах обучения и развитии метакогнитивных способностей учащихся. Модель демонстрирует хорошую адаптивность к различным уровням математической подготовки, открывая перспективы для дальнейшего совершенствования образовательных практик.

**Ключевые слова:** *дидактика, математическое образование, метакогнитивность, семиотический подход, образовательные результаты, учебная самостоятельность*

*L. B. Raikheilgauz*

## **INFORMATION AND SEMIOTIC MODEL OF MATHEMATICAL EDUCATION**

*K. Ushinsky Yaroslavl State Pedagogical University, Yaroslavl, Russia*

**Abstract.** The article is devoted to the development and substantiation of the information-semiotic model of mathematical education as an effective tool that improves the quality of the educational process.

Digital changes and the decline in the importance of simple knowledge actualize the need for models, developing a culture of thinking and students' metacognitive skills. Modern standards shift the focus to practice and learning outcomes, while maintaining the important role of working out concepts and connections within the academic subject.

The research methodology is based on an integrative approach, combining the principles of semi-otics and cognitive psychology. The materials include textbooks, monitoring studies on the level of mathematical education of Russian schoolchildren, and international statistics on trends in mathematical education. The empirical basis of the study is presented by the results of the diagnosis of educational achievements of 75 high school students participating in the experimental application of the model.

Metacognitiveness, which is understood as awareness and regulation of one's own cognitive processes, is becoming a key factor in learning success. The use of the information-semiotic model increases students' proficiency in cognitive methods, increases the proportion of successful solutions to problems of increased complexity, and qualitatively changes the perception of mathematical knowledge. The results showed that the model promotes the steady acquisition of mathematical knowledge and builds strong critical thinking skills.

The proposed model has proven its effectiveness by providing a systematic perception of mathematical knowledge, stimulating cognitive flexibility and serving as a tool for metacognitive development. The data indicate significant improvements in learning outcomes and the development of students' metacognitive abilities. The model demonstrates good adaptability to various levels of mathematical training, opening up prospects for further improvement of educational practices.

**Keywords:** *didactics, mathematical education, metacognitiveness, semiotic approach, educational outcomes, learning independence*

**Введение.** Современная образовательная парадигма, сложившаяся под влиянием цифровой трансформации и снижения ценности знания у обучающихся в связи с широким использованием алгоритмов нейросетей для решения учебных задач, актуализирует необходимость разработки эффективных моделей, направленных на развитие культуры мышления и расширение метакогнитивных навыков школьников. Анализ отечественной и зарубежной литературы показывает, что цифровая эпоха предъявляет повышенные требования к образованию, в частности, к развитию математической грамотности. Современные подходы к образованию делают акцент на формировании компетенции в работе с информацией и развитии способности к саморефлексии и самоконтролю. Исследователи указывают на необходимость перехода от традиционных подходов к метакогнитивным моделям, обеспечивающим развитие математического мышления, глубокое усвоение знаний и формирование прочных метапредметных навыков [4], [5]. Обзор источников по теме исследования показал, что переход от знаниецентрированной к компетентностной модели обучения, зафиксированный в международных стандартах, а вслед за ними получивший распространение в российской [11] и зарубежной [16] практиках, привел к смещению акцентов на практическую деятельность и ее результаты. Вместе с тем в отечественной дидактике доказано, что отработка понятий, отношений, связей внутри учебного предмета и между предметами не менее важна, чем отработка навыков [1]. В соответствии с пониманием того, что движущие силы процесса обучения основаны на его противоречиях, в данной статье обосновывается идея метакогнитивного дидактического инструмента – развития способности обучающихся рефлексировать не только о своем знании и незнании, но и об эффективных способах мышления, способствующих разрешению противоречия между возникающими в ходе обучения познавательными и практическими задачами, которые требуют от учащихся решения, и имеющимся у учеников уровнем знаний, умений и навыков, умственного развития и ценностных отношений. Обоснование данной идеи на примере математического образования связано с полученными в науке данными о том, что понимание собственных подходов к обучению и оценка их успешности лучше всего проявляются у школьников именно при изучении данной предметной области [14].

Несмотря на значительный прогресс в изучении особенностей математического образования, существующие модели зачастую остаются недостаточно приспособленными

к условиям цифровой эпохи и требованиям современного общества. Решение данной проблемы видится в создании комплексной информационно-семиотической модели, основанной на сочетании принципов семиотики, информационной переработки и метакогнитивного развития. Целью настоящего исследования является разработка и обоснование указанной модели, проверка ее практической эффективности в учебном процессе и выявление возможностей ее внедрения в массовое образование.

**Актуальность исследуемой проблемы.** Представленное в статье исследование отвечает на вызовы цифровой эпохи, поскольку математическое образование сегодня – это не просто знание и понимание математики, но и инструмент развития аналитического и критического мышления, столь необходимого современному человеку. Предлагаемая информационно-семиотическая модель решает задачи формирования у учащихся целостного восприятия математических знаний, умения анализировать и решать сложные задачи, а также эффективно управлять собственным процессом обучения.

**Материал и методы исследования.** Методология исследования основана на интегративном подходе, объединяющем принципы семиотического подхода и когнитивной психологии. Материалом исследования послужили учебно-методические комплексы по математике для средней школы и вузов, результаты мониторинговых исследований уровня математической подготовки российских школьников, а также данные международной статистики, отражающие тенденции в математическом образовании. Эмпирическую базу исследования составили результаты диагностики образовательных достижений 75 учащихся старших классов общеобразовательных школ г. Ярославля, принимавших участие в экспериментальном внедрении информационно-семиотической модели.

**Результаты исследования и их обсуждение.** Метакогнитивность, понимаемая в психологии как осознание и регуляция собственных познавательных процессов [3], становится ключевым компонентом успешного обучения в условиях высокой динамики информационных потоков и необходимости критического отношения к получаемым из разных источников данным. В контексте обновления образовательных подходов цифровой эпохи особое значение приобретает переход от традиционных репродуктивных моделей обучения к стратегиям, развивающим способность к саморегуляции, организации и контролю своей учебной деятельности. Исследования в области когнитивной психологии и педагогики демонстрируют, что развитие метакогнитивных навыков способствует не только более глубокому усвоению предметного содержания, но и формированию устойчивых механизмов самостоятельного обучения [4].

Теоретической основой исследования метакогнитивных процессов стали работы Дж. Флейвелла, который впервые ввел понятие «метакогниция», определяя его как «знание о собственном познании» [13, с. 906]. Современные отечественные исследователи выделяют следующие ключевые характеристики метакогнитивных навыков:

- способность к осознанной регуляции познавательных процессов;
- умение осуществлять рефлекссию учебной деятельности;
- навыки стратегического планирования познавательной деятельности;
- способность к адаптации когнитивных стратегий [2].

Особую роль в этом процессе играет переосмысление позиции педагога, который трансформируется из транслятора знаний в фасилитатора познавательной активности.

Современные образовательные модели, такие как проектное и проблемно-ориентированное обучение, создают условия для активного включения учащихся в процесс осмысления и контроля собственных когнитивных стратегий [15].

Выбор математики в качестве предметной области исследования обусловлен не только профессиональной деятельностью автора, но и ее принципиальными особенностями как научной дисциплины, а также особым положением в системе образования. Математика

представляет собой сложноорганизованную систему знаний, характеризующуюся высокой степенью абстрактности и многоуровневой структурой содержания. При этом процесс ее освоения обладает существенной спецификой – в отличие от многих других дисциплин, энциклопедический объем знаний не является гарантией успешного овладения предметом [10]. Подтверждением высокой сложности освоения математики служат объективные данные, включая устойчиво невысокие средние показатели результатов ЕГЭ [12] и общепризнанные трудности в ее преподавании на различных уровнях образования [8].

Таким образом, ключевая особенность математического образования заключается в том, что знание теоретических основ и алгоритмов решения не эквивалентно умению их практического применения. Это обуславливает необходимость выхода за рамки традиционного предметного обучения в область формирования подлинной математической грамотности. Особый статус математики в системе государственной итоговой аттестации, выражающийся в ее обязательности для всех обучающихся и наличии дифференцированных уровней проверки (базового и профильного), дополнительно подчеркивает ее значимость и делает особенно репрезентативной для педагогических исследований [9].

Указанные характеристики позволяют рассматривать математику как оптимальную область для разработки и апробации новых образовательных технологий, поскольку успешность их применения в условиях высокой когнитивной сложности данного предмета создает надежную основу для последующего переноса полученных результатов в другие предметные области.

Современная дидактика математики переживает период методологического обновления, связанный с поиском эффективных моделей когнитивного развития учащихся. В этом контексте особую значимость приобретает информационно-семиотический подход, рассматривающий математическое образование как сложную знаково-символическую систему, опосредующую познавательные процессы. Сущность его заключается в понимании математических знаний как особой формы информационного обмена, реализуемого через систему семиотических кодов и репрезентаций. В соответствии с данным подходом в качестве эффективного метакогнитивного инструмента мы предлагаем разработанную нами информационно-семиотическую модель математического образования (рис. 1), созданную по итогам систематизации математического содержания школьного и высшего образования [7].

Теоретической основой предлагаемой модели выступает синтез трех взаимосвязанных дидактических аспектов: семиотического, информационного и метакогнитивного.

*Семиотический аспект* предполагает анализ математического языка как системы знаков особого рода, где абстрактные понятия получают свою операциональную форму существования.

*Информационный аспект* фокусируется на процессах перекодирования математического знания между различными формами его представления – вербальной, символической, графической.

*Метакогнитивный компонент* модели обеспечивает механизмы осознанной регуляции познавательной деятельности, формирования когнитивных стратегий и развития математического мышления.

Таким образом, в отличие от традиционных линейных моделей, данная концепция рассматривает математические понятия как динамические, многомерные конструкты, связанные сложной системой семиотических отношений.

Практическая реализация модели в образовательном процессе требует специальной организации учебной деятельности, направленной на одновременное развитие трех ключевых компетенций: семиотической (способность оперировать математическими знаковыми системами), информационной (умение преобразовывать и интерпретировать мате-

математическую информацию) и метакогнитивной (навыки осознанного управления собственными познавательными процессами). Это достигается через систему специально разработанных учебных заданий, предполагающих многоуровневый анализ математических объектов, их преобразование между различными формами представления и рефлексии используемых методов познания.

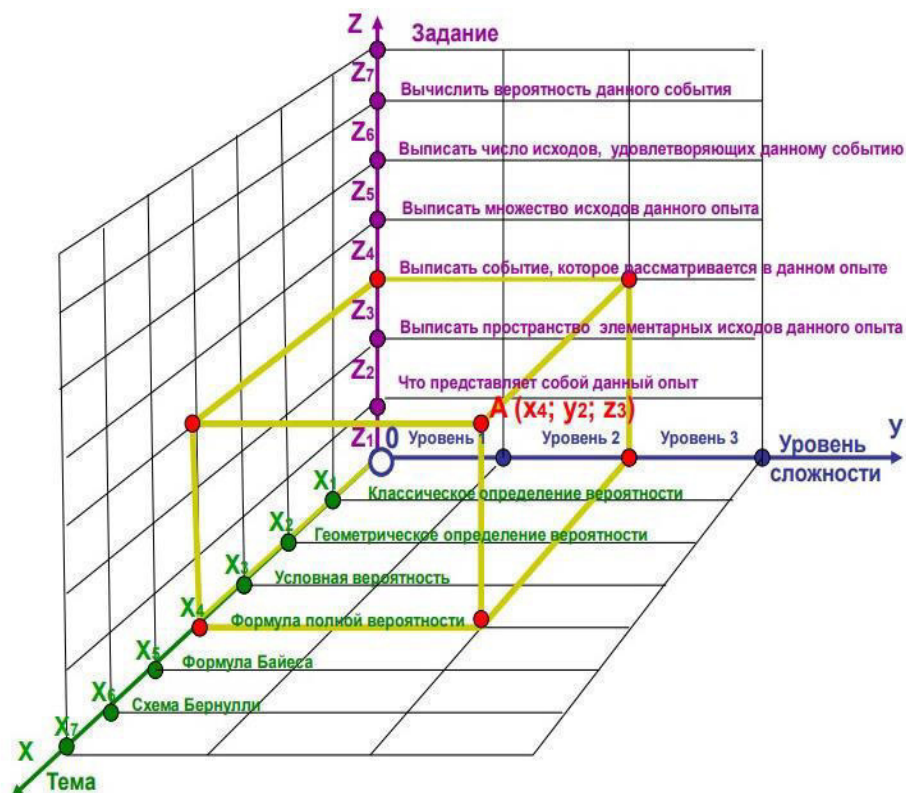


Рисунок 1 – Информационно-семиотическая модель математического образования

Данная модель основывается на принципе рассмотрения математических понятий и объектов не как статичных и изолированных элементов, а как динамического, вариативного и нелинейного процесса, направленного на достижение целостности и устойчивости образовательных результатов. Она позволяет обучающемуся самостоятельно идентифицировать проблемные области знаний. Например, на основе предложенной преподавателем задачи определить ее содержательные координаты, а затем, анализируя эти координаты, установить степень усвоения соответствующих тем и заданий.

Как следует из модели, ключевые векторы содержания математического образования представлены в форме геометрически интерпретируемых конструктов, что способствует выявлению и осмыслению взаимосвязей между изучаемыми понятиями в рамках школьного и вузовского курсов математики. Это помогает формировать у обучающихся целостное представление о математических объектах через их многомерные семиотические репрезентации.

Координатная система, лежащая в основе модели, позволяет осуществлять точную диагностику уровня освоения материала, где каждая «координата» соответствует определенному аспекту математического знания – от конкретных навыков до обобщенных концептов. Например, одна и та же координатная запись  $A(x_4; y_2; z_3)$  может обозначать

как задачу на применение формулы полной вероятности, так и проблему нахождения функции распределения, демонстрируя тем самым универсальность предлагаемого подхода [6].

Важнейшим дидактическим механизмом модели является принцип спирального фундирования, который реализуется через постоянное возвращение к ключевым концептам на новом уровне сложности и в новых контекстах. Этот процесс сопровождается глубоким семиотическим анализом учебных задач, выявлением общих структурных элементов и построением обобщенных схем решения. Особое значение приобретает развитие у студентов способности к самостоятельной навигации в этом многомерном образовательном пространстве, что способствует формированию подлинной математической грамотности.

Эффективность модели подтверждается тем, что у учащихся формируется целостное восприятие математического знания как системы взаимосвязанных понятий, развивается гибкость математического мышления, что создает условия для осознанного управления познавательными процессами. Так, диагностика динамики образовательных результатов 75 обучающихся 10–11 классов, занимавшихся на авторском курсе «Академическая резильентность» (см. [www.raikhelgauz.ru](http://www.raikhelgauz.ru)), построенном на основе предлагаемой нами модели, показала значимый рост успешности выполнения заданий на демонстрацию метапредметных умений и навыков: задач на числовые зависимости – с 24,6 % до 52 %, задач по теории вероятности – с 24 % до 45,3 %, решения иррациональных уравнений – с 20 % до 45,3 %. Также выросла доля учеников, уверенно владеющих понятийным аппаратом школьного курса математики (с 31,4 % до 61,3 %). В ходе включенного наблюдения у учеников было отмечено развитие логики и математической речи.

При этом предлагаемая нами модель выступает не только как средство обучения, но и как инструмент методологической рефлексии, позволяющий выявлять и корректировать индивидуальные когнитивные стратегии учащихся.

Новая дидактика, базирующаяся на принципах субъектно-ориентированного обучения и практической ориентированности, принципиально меняет акценты в обучении математике, смещая фокус с механического усвоения алгоритмов на формирование глубокого понимания семиотической природы математических объектов и операций с ними, овладение языком математических знаков и символов и развитие способности к преобразованию различных форм математических репрезентаций [5]. Центральное место в дидактической реализации модели занимает развитие метакогнитивных навыков учащихся. Данный процесс предполагает формирование способности к осознанию собственных познавательных стратегий, развитие механизмов контроля и оценки мыслительных процессов, а также обучение переносу усвоенных знаний в новые контексты. Развитие метакогниции способствует становлению автономной учебной деятельности и создает основу для непрерывного самообразования.

Опишем данные эффекты на примере обучения решению иррациональных неравенств с использованием информационно-семиотической модели.

Тема «Иррациональные неравенства» традиционно является сложной в понимании для большинства учеников, требуя принципиально новых дидактических подходов для формирования как необходимых навыков для решения задач в этой области, так и индивидуального интереса учащихся к изучению данной области. Прежде всего, это связано с тем, что указанная тема в школьном курсе математики представляет собой сложную комбинацию элементов из разных областей математики, сочетающую в себе элементы алгебры и теории неравенств, что требует от учащихся продвинутых навыков работы со сложными функциями, например с корнями, и практического владения понятиями, связанными с иррациональными выражениями. Это традиционно вызывает трудности у большинства учащихся, поскольку предполагает не только знание теоретического материала, но и умение адаптировать полученные знания к различным типам задач.

В отличие от традиционного алгоритмического подхода, информационно-семиотическая модель предполагает глубокий анализ семиотической структуры иррационального уравнения, включая идентификацию радикалов как особых знаковых элементов, определение их областей существования и установление семантических связей между компонентами уравнения. Процесс решения рассматривается как последовательность семиотических преобразований, где каждый переход от одной формы представления к другой (например, от иррационального уравнения к рациональному) сопровождается рефлексией эквивалентности этих преобразований.

Важнейшим компонентом обучения становится графическая репрезентация процесса решения, позволяющая визуализировать как само уравнение, так и все промежуточные преобразования. Такой подход способствует формированию целостного понимания природы иррациональных уравнений, развивает умение предвидеть возможные семиотические трудности и осознанно выбирать оптимальные стратегии решения.

Наши исследования показывают, что учащиеся, обучающиеся по такой методике, не только демонстрируют более высокие результаты в решении стандартных задач, но и проявляют значительную гибкость мышления при столкновении с нестандартными ситуациями [7].

Современные исследования в области образования подчеркивают необходимость разработки четких критериев отбора содержания для информационно-семиотических моделей обучения. основополагающим принципом такого отбора выступает семиотическая насыщенность учебного материала, характеризующаяся многообразием знаково-символических представлений математических понятий.

В своих исследованиях мы выделяем две взаимосвязанные группы критериев отбора содержания, которые подходят для информационно-семиотической модели обучения. Первая группа объединяет дидактико-онтологические критерии, ориентированные на личностное развитие обучающегося: критерий личностного смысла, предполагающий отбор содержания, способного вызывать эмоционально-ценностные переживания и формировать осознанную мотивацию к изучению математики, и критерий метакогнитивности, требующий включения материала, развивающего не только предметные знания, но и способность к рефлексии собственных познавательных стратегий. Вторая группа представляет дидактико-методические критерии: критерий фундаментальных концептов, ориентирующий на отбор ключевых математических идей; критерий функциональной грамотности, предполагающий акцент на содержании, формирующем умение применять математические знания в реальных ситуациях; критерий наглядного моделирования, требующий использования визуально-семиотических средств, облегчающих понимание абстрактных математических понятий.

Комплексное применение указанных критериев позволяет создать сбалансированное предметное содержание, способствующее как усвоению математических знаний, так и развитию когнитивных способностей учащихся.

**Выводы.** Внедрение информационно-семиотической модели в образовательный процесс предполагает комплексный подход, направленный на развитие ключевых компетенций учащихся. Такой подход позволяет минимизировать информационные барьеры и создать условия для эффективного усвоения сложных математических концепций.

Проведенный анализ дает основания утверждать, что информационно-семиотическая модель математического образования обеспечивает системное восприятие математических знаний, способствует развитию когнитивной гибкости, служит эффективным инструментом метакогнитивного развития. Полученные эмпирические данные подтверждают эффективность такого подхода, отмечая не только значительное улучшение показателей в области предметных знаний, но и развитие метакогнитивных способностей учащихся. При этом модель демонстрирует хорошую адаптивность к различным уровням

математической подготовки, открывая новые перспективы для создания персонализированных образовательных траекторий в массовой школе и в вузе.

Перспективы дальнейших исследований связаны с разработкой диагностического инструментария для оценки эффективности данной модели в различных образовательных контекстах, а также с адаптацией модели к различным образовательным уровням – от школьного до высшего профессионального образования. Особый научный интерес представляет изучение возможностей модели в контексте цифровизации образования, где вопросы эффективной репрезентации и обработки математической информации приобретают особую актуальность, и ее интеграции в цифровые образовательные среды, что позволит реализовать динамическую визуализацию сложных семиотических связей и создать эффективные системы адаптивного обучения.

Реализация предложенной модели может обеспечить системный характер обучения математике, способствуя не только усвоению предметных знаний, но и развитию общеучебных умений и познавательных стратегий, необходимых для успешной деятельности в современном информационном обществе.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Занков Л. В.* Дидактика и жизнь / Акад. пед. наук СССР. Ин-т теории и истории педагогики. – М. : Просвещение, 1968. – 176 с.
2. *Иванова Е. О.* Формирование содержания высшего педагогического образования при концептуально-ориентированном обучении // Отечественная и зарубежная педагогика. – 2022. – Т. 1, № 1(82). – С. 64–77.
3. *Картов А. В.* О содержании понятия метакогнитивных способностей личности // Известия Дагестанского государственного педагогического университета. Психолого-педагогические науки. – 2013. – № 4 (25). – С. 12–19.
4. *Кучурин В. В.* Метакогнитивное обучение и развитие метапознания // Образование: ресурсы развития. Вестник ЛОИРО. – 2023. – № 1. – С. 13–16.
5. *Осмоловская И. М.* Инновационный потенциал классической дидактики // Социальное и профессиональное становление личности в эпоху больших вызовов: междисциплинарный дискурс : сборник статей всероссийской конференции с международным участием, Ярославль, 03–04 декабря 2020 года. – Ярославль : Ярослав. гос. пед. ун-т им. К. Д. Ушинского, 2021. – С. 36–41.
6. *Райхельгауз Л. Б.* Формирование академической резильентности учащихся в системе преемственности «школа–вуз» в процессе изучения математики // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2022. – № 2(26). – С. 69–83.
7. *Райхельгауз Л. Б.* Структура академической резильентности старшеклассников: опыт эмпирического анализа // Обзор педагогических исследований. – 2022. – Т. 3, № 9. – С. 163–169.
8. *Семенов А. Л.* О продолжении российского математического образования в XXI веке // Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование. – 2023. – № 2. – С. 7–45.
9. *Смирнов Е. И.* Инновационное содержание и синергия математического образования будущего учителя // Математический форум (Итоги науки. Юг России). – 2020. – Т. 13. – С. 181–232.
10. *Тарасенкова Н. А.* Проблемы и перспективы реализации семиотического подхода в математическом образовании // Дидактика математики: проблемы и исследования. – 2005. – № 24. – С. 132–136.
11. *Хуторской А. В.* Метапредметный подход в обучении : научно-методическое пособие. – М. : Издательство «Эйдос» ; Издательство Института образования человека, 2012. — 73 с.
12. *Яценко И. В., Высоцкий И. Р., Самсонов П. И. и др.* Методические рекомендации для учителей, подготовленные на основе анализа типичных ошибок участников ЕГЭ 2024 года по математике. – М. : ФИРО, 2024. – 39 с.
13. *Flavell J. H.* Metacognition and cognitive monitoring // American Psychologist. – 1979. – Vol. 34. – P. 906–911.
14. *Toikka S., Eronen L., Atjonen P., Havu-Nuutinen S.* Combined conceptualisations of metacognitive knowledge to understand students' mathematical problem-solving // Cogent Education. – 2024. – № 11(1). – P. 97–104.
15. *Veenman M. V. J.* Learning to Self-Monitor and Self-Regulate // Handbook of Research on Learning and Instruction. – New York : Routledge, 2011. – P. 197–218.
16. *Zimmerman B. J.* Becoming a Self-Regulated Learner // Overview, Theory Into Practice. – 2002. – № 41:2. – P. 64–70.

Статья поступила в редакцию 28.07.2025

REFERENCES

1. Zankov L. V. Didaktika i zhizn' / Akad. ped. nauk SSSR. In-t teorii i istorii pedagogiki. – M. : Prosveshchenie, 1968. – 176 s.
2. Ivanova E. O. Formirovanie sodержaniya vysshego pedagogicheskogo obrazovaniya pri konceptual'no-orientirovannom obuchenii // Otechestvennaya i zarubezhnaya pedagogika. – 2022. – T. 1, № 1(82). – S. 64–77.
3. Karpov A. V. O sodержanii ponyatiya metakognitivnyh sposobnostej lichnosti // Izvestiya Dagestanskogo gosudarstvennogo pedagogicheskogo universiteta. Psichologo-pedagogicheskie nauki. – 2013. – № 4 (25). – S. 12–19.
4. Kuchurin V. V. Metakognitivnoe obuchenie i razvitie metapoznaniya // Obrazovanie: resursy razvitiya. Vestnik LOIRO. – 2023. – № 1. – S. 13–16.
5. Osmolovskaya I. M. Innovacionnyj potencial klassicheskoy didaktiki // Social'noe i professional'noe stanovlenie lichnosti v epohu bol'shikh vyzovov: mezhdisciplinarnyj diskurs : sbornik statej vserossijskoj konferencii s mezhdunarodnym uchastiem, Yaroslavl', 03–04 dekabrya 2020 goda. – Yaroslavl' : Yaroslav. gos. ped. un-t im. K. D. Ushinskogo, 2021. – S. 36–41.
6. Rajhel'gauz L. B. Formirovanie akademicheskoy rezil'entnosti uchashchihsya v sisteme preemstvennosti «shkola–vuz» v processe izucheniya matematiki // Continuum. Matematika. Informatika. Obrazovanie. – 2022. – № 2(26). – S. 69–83.
7. Rajhel'gauz L. B. Struktura akademicheskoy rezil'entnosti starsheklassnikov: opyt empiricheskogo analiza // Obzor pedagogicheskikh issledovanij. – 2022. – T. 3, № 9. – S. 163–169.
8. Semenov A. L. O prodolzhenii rossijskogo matematicheskogo obrazovaniya v XXI veke // Vestnik Moskovskogo universiteta. Seriya 20. Pedagogicheskoe obrazovanie. – 2023. – № 2. – S. 7–45.
9. Smirnov E. I. Innovacionnoe sodержanie i sinergiya matematicheskogo obrazovaniya budushchego uchitelya // Matematicheskij forum (Itogi nauki. Yug Rossii). – 2020. – T. 13. – S. 181–232.
10. Tarasenkova N. A. Problemy i perspektivy realizacii semioticheskogo podhoda v matematicheskom obrazovanii // Didaktika matematiki: problemy i issledovaniya. – 2005. – № 24. – S. 132–136.
11. Hutorskoj A. V. Metapredmetnyj podhod v obuchenii : nauchno-metodicheskoe posobie. – M. : Izdatel'stvo «Ejdos» ; Izdatel'stvo Instituta obrazovaniya cheloveka, 2012. – 73 s.
12. Yashchenko I. V., Vysockij I. R., Samsonov P. I. i dr. Metodicheskie rekomendacii dlya uchitelej, podgotovlennye na osnove analiza tipichnyh oshibok uchastnikov EGE 2024 goda po matematike. – M. : FIRO, 2024. – 39 s.
13. Flavell J. H. Metacognition and cognitive monitoring // American Psychologist. – 1979. – Vol. 34. – P. 906–911.
14. Toikka S., Eronen L., Atjonen P., Havu-Nuutinen S. Combined conceptualisations of metacognitive knowledge to understand students' mathematical problem-solving // Cogent Education. – 2024. – № 11(1). – P. 97–104.
15. Veenman M. V. J. Learning to Self-Monitor and Self-Regulate // Handbook of Research on Learning and Instruction. – New York : Routledge, 2011. – P. 197–218.
16. Zimmerman B. J. Becoming a Self-Regulated Learner // Overview, Theory Into Practice. – 2002. – № 41:2. – P. 64–70.

The article was contributed on July 28, 2025

**Сведения об авторе**

*Райхельгауз Леонид Борисович* – доктор педагогических наук, доцент кафедры математического анализа, теории и методики обучения математике Ярославского государственного педагогического университета им. К. Д. Ушинского, г. Ярославль, Россия, <https://orcid.org/0000-0001-9797-794X>, [jikol\\_85@mail.ru](mailto:jikol_85@mail.ru)

**Author Information**

*Raikheilgauz, Leonid Borisovich* – Doctor of Pedagogics, Associate Professor of the Department of Mathematical Analysis, Theory and Teaching Methods, K. Ushinsky Yaroslavl State Pedagogical University, Yaroslavl, Russia, <https://orcid.org/0000-0001-9797-794X>, [jikol\\_85@mail.ru](mailto:jikol_85@mail.ru)