

А. С. Ростовец

**РАЗВИТИЕ КРЕАТИВНЫХ СВОЙСТВ МЫШЛЕНИЯ УЧАЩИХСЯ
10–11 КЛАССОВ ПРИ РЕШЕНИИ НЕСТАНДАРТНЫХ
МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Московский государственный педагогический университет, г. Москва, Россия

Аннотация. В статье рассмотрен вопрос формирования и развития гибкости мышления, в том числе креативного, у старшеклассников. Уточнены понятия креативности и математической креативности, выявлены основные направления развития математической креативности и творческих способностей школьников при изучении курса математики. На основе теоретического анализа и практического опыта раскрыта роль задач с неполными, избыточными условиями и проблемного характера в развитии гибкости мышления обучающихся.

Ключевые слова: *обучение, креативность, математическая креативность, гибкость мышления, нестандартные математические задачи.*

A. S. Rostovtsev

**DEVELOPMENT OF CREATIVE THINKING
IN TENTH- AND ELEVENTH-GRADERS WHILE SOLVING NON-STANDARD
MATHEMATICAL PROBLEMS**

Moscow State Pedagogical University, Moscow, Russia

Abstract. The article deals with the formation and development of flexible creative thinking in senior schoolchildren; clarifies the concepts of creativity and mathematical creativity; identifies the main directions of development of mathematical creativity and creative abilities of schoolchildren in studying the course of mathematics. The author reveals the role of problems with incomplete conditions, problems with redundant conditions, and the development of flexible thinking in pupils, on the basis of theoretical analysis and practical experience.

Keywords: *training, creativity, mathematical creativity, flexible thinking, non-standard mathematical problems.*

Актуальность исследуемой проблемы. Современное общество ждет от общеобразовательной школы креативных, адаптирующихся под быстро меняющийся и технологично развивающийся мир, целеустремленных, творческих выпускников с качественными знаниями и обширным кругозором. Поэтому главной задачей современного школьного образования является создание условий для развития и реализации потенциала каждого ученика, обеспечение высокого качества обучения. Для современной школы важной является проблема развития креативных и творческих способностей учащихся. Она является сегодня предметом постоянного внимания как методистов, так и учителей-практиков. Проблеме формирования и развития креативных и творческих способностей в процессе изучения математики посвящены работы многих зарубежных и российских психологов и педагогов: Е. П. Торренса, Л. Термина, Р. Стенберга, О. Э. Валлье, Д. Б. Богоявленской и др.

Дж. Гилфорд [9] тесно связывает такие понятия, как креативность и творческое мышление. С учетом более глубокого анализа этих понятий и изучения соответствующей литературы можно выделить принципиально отличающиеся компоненты данных качеств

личности. Отличие состоит в том, что творчество понимается как процесс, имеющий определенную специфику и приводящий к созданию нового, а креативность – как внутренний ресурс человека. Вследствие того, что отсутствует единое определение креативности, в настоящее время существует множество теорий, направлений и подходов в решении проблемы развития креативности обучающихся. При этом каждая теория по-своему интересна, уникальна.

Объединяя и синтезируя различные точки зрения [2], [3], [8], [12], [13], мы уточнили понятие креативности и на его базе сформировали определение математической креативности.

Креативность – способность и готовность воспринимать новые идеи, перемены и новшества, изменять устоявшиеся стереотипы, соединяя или применяя по-новому существующие идеи с целью создания чего-то нового, получения нетривиальных, неожиданных и необычных решений тех или иных проблем. Под математической креативностью (старшеклассников) мы понимаем способность и готовность воспринимать новые математические идеи и задачи, порождать новые, оригинальные, полезные решения той или иной задачи (они должны быть верными и точными), соединяя или применяя по-новому, в том числе в другой области, существующие модели и алгоритмы решения математических задач.

Согласно исследованиям, посвященным изучению креативности личности, она характеризуется тремя фундаментальными свойствами мышления: гибкостью, беглостью и новизной [2], [3], [13]. В контексте нашего исследования наиболее значимым качеством является гибкость мышления – способность продуцировать различные идеи [4]. С точки зрения развития математической креативности, гибкость мышления – это прежде всего способность продуцировать различные идеи при решении математических задач. Мы считаем, что действенным методом развития гибкости мышления старшеклассников как одного из главных компонентов их креативного мышления является решение нестандартных математических задач. Вместе с этим, безусловно, развиваются и остальные креативные свойства мышления, равно как и другие качества, присущие креативной, творческой личности. Целью исследования, представленного в статье, является разработка методики формирования и развития математической креативности старшеклассников на базе использования в образовательном процессе нестандартных математических задач, в том числе связанных со специальными числами.

Материал и методика исследований. Нами был проведен теоретический анализ педагогической, психологической и математической литературы в аспекте изучаемой проблемы. Мы выделили основные значимые результаты различных авторов. На основе изученной литературы апробирован способ формирования гибкости мышления (как одного из фундаментальных свойств математической креативности) на уроках алгебры в 10–11 классах при решении нестандартных математических задач. Апробация предложенного способа формирования гибкости мышления, равно и математической креативности в целом, была проведена нами также в курсе по выбору для десятиклассников, посвященном специальным числам.

Результаты исследований и их обсуждение. Большинство современных психологов и педагогов склоняются к мнению, что креативная личность – это индивид, обладающий высоким уровнем знаний, имеющий тягу к новому и оригинальному. Творческая деятельность для него является жизненной необходимостью, а творческий стиль поведения – наиболее характерным [5], [13]. «По мнению О. Э. Валлье, творческие способности учащихся старших классов выражены прежде всего такими качествами, как способность видеть проблему, готовность отложить найденное решение и искать новое, толерантность к неопределенности, стремление к оригинальности, информированность, достаточно высокий уровень базовых знаний, трудолюбие, самокритичность, низкий уровень социального конформизма» [7].

По мнению Т. Н. Брянцевой [5], для развития творческого потенциала учащихся необходимо постепенно и систематически включать их в самостоятельную познавательную деятельность, чтобы обеспечить сотрудничество между ними и учителями. Традиционного урока в данном случае недостаточно. Поэтому на помощь педагогам приходят новые формы уроков – нестандартные, которые способствуют развитию творческих способностей, воспитывают навыки исследовательской деятельности, дают высокий эффект практической направленности материала, что в итоге приводит к глубокому пониманию предмета, заинтересованности им. Таковы урок-семинар, урок-практикум, урок-зачет, урок-конференция, урок-защита творческих работ и др.

Итак, соглашаясь с мнением исследователей [1], [2], [4], [13] и основываясь на собственном практическом опыте, мы считаем, что развитие гибкости мышления требует комплексных мероприятий по совершенствованию обучения на базе следующих принципов:

- создания на уроках условий, способствующих формированию и развитию динамичной интеллектуальной деятельности;
- раскрытия содержания математических знаний в их взаимосвязи с действительностью, практикой общественной жизни, а также с другими науками;
- формирования у обучающихся правильного понимания многоступенчатой абстрактности математических понятий и утверждений;
- осуществления обучения на высоком уровне сложности, потому что только оно побуждает ребенка к творчеству;
- усиления роли гипотетического (вероятностного) мышления в обучении, что способствует формированию и развитию умения выдвигать, подтверждать или опровергать свою гипотезу;
- создания на постоянной основе ситуации выбора, что в большей степени позволяет формировать креативные свойства мышления (в значительной степени: гибкость) [5], [6], [13].

Особую роль среди методов и форм стимулирования гибкости мышления занимают нестандартные задачи. Их решение – эффективный способ формирования математической креативности и творческого саморазвития ученика на уроках алгебры (и не только) в 10–11 классе. Такие задачи имеют особую привлекательность, так как решение каждой из них активизирует процесс критического мышления, познавательной активности, самостоятельности.

Использование данного методического приема имеет ряд преимуществ:

- интерес у школьников сохраняется, даже в случае, если они уверены в том, что когда-либо решали подобные математические задачи;
- учащиеся начинают мыслить самостоятельно;
- у них воспитываются необходимый самоконтроль и критическое отношение к изучаемому;
- у обучающихся формируются необходимые навыки и алгоритмы поиска ошибок и недостатков в собственных рассуждениях и записях.

Анализ школьных учебников алгебры для 10–11 классов позволяет утверждать, что большинство предлагаемых задач имеет тривиальный вид: вычислить; сравнить числовые значения выражений; найти сумму прогрессии, точки пересечения графиков функций, область определения и множества значений функции, производную функции; решить уравнение; вычислить интеграл и т. д.

С другой стороны, опыт преподавания и анализ заданий ЕГЭ показывает, что уровень изучения математики оценивается именно умением решать нестандартные задачи. В 2018/2019 учебном году, согласно спецификации ЕГЭ по математике, задач, связанных с теорией чисел, и задач, требующих креативного мышления при решении, стало больше. Поэтому использование нестандартных задач является условием развития математической креативности в процессе изучения курса алгебры и методом подготовки к сдаче

ЕГЭ. Чтобы избежать ситуаций, когда обучающийся умеет решать уравнение с неизвестным x , но теряется, если вместо x в этом же уравнении стоит переменная t , или когда выпускник, легко решая уравнения $f(x) = g(x)$, не может выполнить задание «Найти абсциссы точек пересечения графиков функций $y = f(x)$ и $y = g(x)$ » и пр., необходимо вводить в практику решение нестандартных задач.

Мы выделили из всего многообразия таких задач интересующие нас с точки зрения развития гибкости мышления и подготовки к успешной сдаче ЕГЭ следующие группы:

- с неполными условиями;
- с несколькими вариантами ответов;
- с избыточными условиями;
- проблемного характера.

Стоит обратить внимание на то, что при решении реальных задач во входящих условиях не всегда присутствует необходимое количество данных, их может быть меньше, чем нужно, а может быть больше. В таком случае важным становится умение индивида выделять необходимые для решения задачи данные, отбрасывать лишние, вносить недостающие. Использование в обучении таких задач активизирует процесс анализа и синтеза и, как следствие, творческую инициативу (самостоятельное проявление творчества при выполнении какого-либо задания, решении математической задачи).

Рассмотрим следующие типы задач.

Если в задаче используются какие-либо постоянные величины (например, сила притяжения, скорость света и др.), они обычно задаются в условии. Но она будет считаться творческой, если обучающемуся придется самостоятельно найти значение этой константы.

Если задача предлагается для решения во время урока, учитель может намеренно опустить детали. Учащиеся могут задать ему дополнительные вопросы по условию (они должны возникнуть при анализе и решении задачи).

Если данных в задаче не хватает, то в таком случае обучающийся рассматривает несколько вариантов.

Если задача имеет несколько вариантов ответов, то для ее решения ученик должен найти все решения или доказать, что решений бесконечно много.

Пример: Чему равен $\sin x$, если $\cos x = 4/5$?

Перед выполнением задания ученик должен понять, что знак синуса он сразу определить не сможет, поэтому нужно рассмотреть два случая.

Ответ:

$3/5$, если $x \in (2\pi n; \pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$;

– $3/5$, если $x \in (\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n), n \in \mathbb{Z}$.

Если условие задачи неполное и нет возможности самостоятельно получить отсутствующие данные (например, как в случае с константами), обучающийся должен самостоятельно сделать вывод о недостатке данных. Очевидно, что в таком случае задача не может иметь решения.

Если в условии задачи есть избыточные данные, но для ее решения используется лишь их часть, ученики должны сделать вывод о том, что дополнительные (избыточные) данные могут использоваться при проверке.

Задача с противоречивым условием может иметь логически верное решение, но ответ будет противоречить здравому смыслу, например, если получилось, что скорость велосипедиста равна 450 км/ч.

Провоцирующие задачи наталкивают на ошибочный ход мысли или заставляют обучающегося прийти к неправильному ответу. Такие задачи способствуют развитию творческого мышления, приучают к анализу и оценке информации, повышают интерес к математике.

Пример: Вес первого кубика 5 грамм. Второй кубик в два раза больше первого. Найдите вес второго кубика.

Ответ: 40 грамм (но условие задачи составлено таким образом, что может провоцировать ответ 10 грамм).

Приведем примеры задач вида проблемно-постановочных, когда ученики работают над решением реальных, взятых из жизни, проблем.

Пример: Население города составляет 100000 человек. Ежегодный прирост населения составляет 2 %. Через сколько лет удвоится численность населения при условии, что значение прироста будет постоянным? Исследуйте, как будет меняться численность вашего населенного пункта в течение 20 лет.

Решение. Алгоритм решения данной задачи сводится к использованию формулы сложных процентов: $100000 + 100000 \cdot 0,02 = 100000 (1+0,02)$ – численность населения через год; $100000 \cdot 1,02^x$ – через x лет. Составляем и решаем уравнение:

$$100000 \cdot 1,02^x = 200000; 1,02^x = 2; 1,02^x = 1,02^{\log_{1,02} 2}; x = \log_{1,02} 2; x = 35.$$

Чтобы ответить на вторую часть задачи, учащиеся должны выполнить следующие действия: подготовить ответы на вопросы и выполнить задания:

Какова численность населения вашего населенного пункта?

Как изменяется численность населения за последние 10 лет?

Создать таблицу с ежегодными показателями.

Выяснить, растет или падает численность населения.

Установить средние значения (в процентах) ежегодного роста (падения) численности населения.

После этого останется лишь подставить соответствующие значения в формулу

$$a \left(1 \pm \frac{p}{100}\right)^x, \text{ где } a - \text{ численность населения, } p - \text{ ежегодный прирост населения.}$$

Такой подход и соответствующая система задач способствуют развитию гибкости мышления.

Проведя дополнительный анализ методических материалов Федерального института педагогических измерений, спецификации ЕГЭ по математике (профильный уровень) и Кодификатора требований к уровню подготовки выпускников образовательных организаций, мы сделали вывод о том, что обучающимся будут полезны занятия в рамках дополнительного образования, посвященные решению задач, связанных со специальными числами.

Специальные числа обладают феноменальным диапазоном свойств, позволяющим применять их в школьном курсе математики [10], [11]. Одновременно с этим они не так часто в явном виде встречаются в математике в школе, но задачи, связанные с ними, наравне с нестандартными (по алгебре), рассмотренными нами ранее, естественным образом развивают гибкость мышления, а значит, и математическую креативность.

Рассмотрим несколько блоков математических (нестандартных для старшеклассников) задач, которые способствуют развитию их математической креативности.

1-й блок: задачи, связанные с пирамидой Паскаля.

Задача 1. Покажите, что сумма всех элементов n -го горизонтального сечения пирамиды Паскаля равна $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n$.

Задача 2. Докажите, что знакопеременная сумма элементов горизонтального сечения пирамиды Паскаля равна 1: $\sum_{k=0}^n \sum_{l=0}^{n-k} (-1)^l \binom{n}{k,l} = 1$.

Задача 3. Докажите, что число элементов в n -ом горизонтальном сечении пирамиды Паскаля есть треугольное число $S_3(n | 1) = \frac{(n+1)(n+2)}{2}$.

2-й блок: задачи, связанные с числами Стирлинга.

Задача 1. Вычислите несколько ассоциированных чисел Стирлинга первого и второго рода при малых значениях параметра.

Задача 2. Вычислите несколько редуцированных чисел Стирлинга первого рода при малых значениях параметра.

Задача 3. Постройте несколько треугольников обобщенных чисел Стирлинга первого рода.

3-й блок: задачи, связанные с числами Бернулли.

Задача 1. Разработайте и проверьте алгоритм вычисления чисел Бернулли с помощью треугольника Варпитского.

Задача 2. Докажите, что многочлены Бернулли удовлетворяют соотношению $B_n(x+1) - B_n(x) = nx^{n-1}$.

Задача 3. Выпишите многочлены Бернулли $B_n(x)$ для $n = 1, 2, \dots, 8$.

Решение задач, связанных со специальными числами, способствует развитию гибкости мышления, математической креативности, творческого мышления и творческой активности обучающихся, навыков анализа, синтеза, поиска и переосмысления информации, учит ставить перед собой дополнительные вопросы, находить нестандартные решения, анализировать свои поступки и действия.

Резюме. Каждый учащийся имеет неограниченный потенциал. Развитие математической креативности и творческих способностей учеников старших классов успешно осуществляется с помощью решения нестандартных задач. Совершенствование гибкости мышления и креативности на уроках алгебры при решении задач, связанных со специальными числами, является необходимым вектором для успешного изучения предмета, сдачи ЕГЭ и формирования математических компетенций. Педагог должен обеспечить условия для развития творческих возможностей обучающихся.

ЛИТЕРАТУРА

1. Андреева Н. П., Андреев Д. А. Развитие творческого мышления и творческих способностей учащихся на уроке математики [Электронный ресурс]. – Режим доступа : <http://e-koncept.ru/2017/670047.htm>.
2. Бабенко А. С. Развитие креативности будущих бакалавров математических направлений вуза в процессе изучения нелинейных динамических систем в математических дисциплинах : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. – Кострома, 2013. – 207 с.
3. Богоявленская Д. Б. Психология творческих способностей. – М. : АCADEMIA, 2002. – 320 с.
4. Богоявленский Д. Н., Менчинская Н. А. Психология усвоения знаний в школе. – М. : Изд-во АПН РСФСР, 1959. – 347 с.
5. Брянцева Т. Н. Формирование творческих способностей учащихся 9–11 классов в процессе обучения математике : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. – М., 2003. – 133 с.
6. Бухвалов В. А. Алгоритмы активизации творческого мышления // Школьный психолог. – 2004. – № 4. – С. 27.
7. Валлье О. Э., Светной А. П. Опыт использования компетентностно-ориентированных технологий для совершенствования методической подготовки студентов и учителей математики // Материалы VI Международной научно-практической интернет-конференции «Инновационные технологии обучения физико-математическим дисциплинам». – Мозырь : ИОМГПУ, 2014. – С. 13–15.
8. Выготский Л. С. Психология. – М. : Изд-во ЭКСМО-Пресс, 2000. – 1008 с.
9. Гилфорд Дж. Три стороны интеллекта // Психология мышления / под ред. А. М. Матюшкина. – М. : Прогресс, 1965. – С. 433–456.
10. Деца Е. Специальные комбинаторные числа. От чисел Стирлинга до чисел Моцкина: все о двенадцати известных числовых множествах комбинаторной природы (история, классические свойства, примеры и задачи). – М. : ЛЕНАНД (Урсс), 2018. – 504 с.
11. Деца Е., Деца М. Фигурные числа. – М. : МЦНМО, 2015. – 350 с.
12. Кочнев В. П. Развитие творческих способностей учащихся в процессе обучения математике в классах естественнонаучного профиля : дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02. – Екатеринбург, 2013. – 200 с.
13. Секованов В. С. Академик АН СССР А. Н. Колмогоров: жизнь в науке и наука в жизни гения из Туношны. – М. : Либроком, 2014. – 704 с.

Статья поступила в редакцию 23.04.2019

REFERENCES

1. *Andreeva N. P., Andreev D. A.* Razvitie tvorcheskogo myshleniya i tvorcheskih sposobnostej uchashchihsya na uroke matematiki [Elektronnyj resurs]. – Rezhim dostupa : <http://e-koncept.ru/2017/670047.htm>.
2. *Babenko A. S.* Razvitie kreativnosti budushchih bakalavrov matematicheskikh napravlenij vuza v processe izucheniya nelinejnyh dinamicheskikh sistem v matematicheskikh disciplinah : dis. ... kand. ped. nauk : 13.00.02. – Kostroma, 2013. – 207 s.
3. *Bogoyavlenskaya D. B.* Psihologiya tvorcheskih sposobnostej. – M. : ACADEMIA, 2002. – 320 s.
4. *Bogoyavlenskij D. N., Menchinskaya N. A.* Psihologiya usvoeniya znaniy v shkole. – M. : Izd-vo APN RSFSR, 1959. – 347 s.
5. *Bryanceva T. N.* Formirovanie tvorcheskih sposobnostej uchashchihsya 9–11 klassov v processe obucheniya matematike : dis. ... kand. ped. nauk : 13.00.02. – M., 2003. – 133 s.
6. *Buhvalov V. A.* Algoritmy aktivizacii tvorcheskogo myshleniya // Shkol'nyj psiholog. – 2004. – № 4. – S. 27.
7. *Vall'e O. E., Svetnoj A. P.* Opyt ispol'zovaniya kompetentnostno-orientirovannyh tekhnologij dlya sovershenstvovaniya metodicheskoy podgotovki studentov i uchitelej matematiki // Materialy VI Mezhdunarodnoj nauchno-prakticheskoy internet-konferencii «Innovacionnye tekhnologii obucheniya fiziko-matematicheskimi disciplinami». – Mozyr' : IOMGPU, 2014. – S. 13–15.
8. *Vygotskij L. S.* Psihologiya. – M. : Izd-vo EKSMO-Press, 2000. – 1008 s.
9. *Gilford Dzh.* Tri storony intellekta // Psihologiya myshleniya / pod red. A. M. Matyushkina. – M. : Progress, 1965. – S. 433–456.
10. *Deza E.* Special'nye kombinatornye chisla. Ot chisel Stirlinga do chisel Mockina: vse o dvenadcati izvestnyh chislovyh mnozhestvah kombinatornoj prirody (istoriya, klassicheskie svojstva, primery i zadachi). – M. : LENAND (Urss), 2018. – 504 s.
11. *Deza E., Deza M.* Figurnye chisla. – M. : MCNMO, 2015. – 350 s.
12. *Kochnev V. P.* Razvitie tvorcheskih sposobnostej uchashchihsya v processe obucheniya matematike v klassah estestvennonauchnogo profilya : dis. ... kand. ped. nauk : 13.00.02. – Ekaterinburg, 2013. – 200 s.
13. *Sekovanov B. C.* Akademik AN SSSR A. N. Kolmogorov: zhizn' v nauke i nauka v zhizni geniya iz Tunoshny. – M. : Librokom, 2014. – 704 s.

The article was contributed on April 23, 2019

Сведения об авторе

Ростовцев Андрей Сергеевич – аспирант кафедры теории и методики обучения математике и информатике Института математики и информатики Московского педагогического государственного университета, г. Москва, Россия; e-mail: as.rostovtsev@mail.ru

Author information

Rostovtsev, Andrey Sergeevich – Post-graduate Student, Department of Theory and Methods of Teaching Mathematics and Computer Science, Institute of Mathematics and Computer Science, Moscow State Pedagogical University, Moscow, Russia; e-mail: as.rostovtsev@mail.ru